
Une collaboration entre chercheurs et enseignants dans le contexte français de la didactique des mathématiques

Éric Roditi*

** Université Paris Descartes
Faculté des sciences humaines et sociales – Sorbonne
Laboratoire EDA (Éducation et apprentissages)
45, rue des Saints-Pères 75006 Paris
France
eric.roditi@paris5.sorbonne.fr*

RÉSUMÉ. La didactique des mathématiques s'est développée en France avec un fort ancrage dans la discipline source des savoirs à transmettre. Elle a produit des cadres théoriques spécifiques pour analyser l'enseignement et l'apprentissage de ces savoirs. Depuis une vingtaine d'années, des recherches sur les pratiques enseignantes s'y développent, contribuant à la fois à l'enrichissement des théories et à une meilleure documentation quant au rôle de l'enseignant dans la relation entre l'enseignement et l'apprentissage. Peu de recherches néanmoins visent une compréhension des pratiques nourrie par le point de vue des praticiens eux-mêmes. Une telle recherche a été menée avec des enseignants de mathématiques sur un contenu qui pose des difficultés dans l'enseignement secondaire : l'histogramme. L'article développe différents aspects de cette recherche : son inscription institutionnelle, l'identification des objectifs du chercheur et des praticiens, et les modalités de travail qui ont été élaborées. Les résultats obtenus conduisent à comprendre les difficultés d'enseignement en lien avec une transposition didactique incomplète de ce graphique statistique. Des outils destinés aux professionnels ont été élaborés conjointement par les chercheurs et les praticiens pour la programmation et la gestion de cet enseignement.

MOTS-CLÉS : didactique, mathématiques, pratiques enseignantes, transposition didactique, recherche collaborative, histogramme.

1. Introduction

Les didacticiens des mathématiques étudient les questions d'enseignement et d'apprentissage en ce qu'elles ont de spécifique aux contenus mathématiques à transmettre. Une approche systémique de ces questions m'a conduit à considérer les pratiques enseignantes comme une variable majeure de l'enseignement des mathématiques et à les étudier à la fois dans leurs dimensions personnelle, sociale et institutionnelle¹. Je considère également que, non seulement les pratiques visent l'apprentissage des élèves, mais elles répondent aussi à des exigences personnelles et professionnelles. À l'origine de la recherche présentée ici, il y avait l'objectif de travailler sur les difficultés que rencontrent les enseignants, même expérimentés, afin de mieux comprendre comment ces difficultés sont engendrées par – et dans – un système d'enseignement. Il s'agissait d'identifier certains facteurs de ces difficultés, de les analyser et de construire, si possible, des moyens permettant de les surmonter.

Une telle problématique générale nécessite de concevoir des méthodes de recherche qui aménagent une place particulière aux enseignants dans l'identification de problèmes professionnels et dans la démarche de leur résolution. Sur le plan international de la recherche en éducation, les travaux associant chercheurs et praticiens connaissent un développement important. En France, la didactique des mathématiques s'est construite dans un contexte particulier qui l'a conduite pendant longtemps à développer principalement des modèles théoriques et des ingénieries. Le réseau des IREM² constitue une force pour mener des recherches avec les enseignants, celle qui est présentée ici a été effectuée dans ce cadre, elle trouve son origine dans la difficulté que cause l'enseignement de l'histogramme.

Il est important de préciser dès cette introduction que je travaille avec des enseignants volontaires, dans un cadre institutionnel indépendant de celui de leur profession. Comme l'article le montrera, cela contribue à l'émergence d'une certaine authenticité des problématiques professionnelles abordées dans la recherche. Le dispositif en est d'autant plus exigeant : les praticiens ne restent impliqués que s'ils sont convaincus des retours potentiels sur l'exercice de leur métier, métier d'enseignant ou métier de formateur. Le dispositif a été élaboré avec les enseignants, il repose sur des analyses épistémologiques des contenus mathématiques en jeu, sur des études des programmes et des manuels scolaires, sur l'examen de production d'élèves et sur de nombreux échanges à propos de leurs pratiques d'enseignement.

L'objectif de cet article n'est pas seulement d'exposer les résultats du travail réalisé sur l'enseignement de l'histogramme. Il est aussi, et sans doute davantage, de partager avec le lecteur la spécificité locale d'une telle recherche en collaboration avec des praticiens : elle a été menée dans un pays où la didactique des mathématiques ne s'est pas développée au sein des sciences de l'éducation. Ainsi, deux sections majeures structurent la construction de cet article. La première propose un retour sur le développement des recherches sur les pratiques enseignantes menées en France durant ces quarante dernières années. En abordant le point de vue du chercheur comme celui de l'enseignant, la seconde section présente la recherche menée avec des praticiens : le cadre théorique utilisé, la méthodologie adoptée et le dispositif de travail qui a été élaboré, ainsi que les résultats obtenus. Ces résultats ont des retombées professionnelles intéressantes pour les enseignants, tant pour la conception que pour la gestion de l'enseignement. L'ensemble de ce travail conduit aussi à des interrogations nouvelles quant aux liens entre les résultats obtenus et le caractère collaboratif de la recherche.

2. La recherche française sur les pratiques enseignantes en mathématiques

Institutionnellement, en France, la didactique des mathématiques est rattachée à la recherche en mathématiques plutôt qu'à la recherche en sciences de l'éducation. Ce contexte particulier est un facteur important pour comprendre comment s'y sont développées les recherches sur les pratiques enseignantes.

¹ Dans cet article, afin de distinguer le chercheur du collectif constitué du chercheur et des enseignants avec lesquels il travaille, la première personne du singulier sera employée pour désigner l'auteur chercheur, et la première personne du pluriel sera réservée au collectif.

² Les IREM sont des Instituts de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques réunissant des enseignants et des chercheurs. Le groupe que j'anime traite de questions didactiques, il travaille depuis trois ans.

2.1. La didactique des mathématiques, à son origine dans le contexte français

Depuis bientôt une quarantaine d'années, grâce notamment au travail de BROUSSEAU et de VERGNAUD, la didactique des mathématiques constitue, en France, un secteur de recherche organisé sur l'enseignement des mathématiques [ROUCHIER 94]. Deux modèles théoriques dominent les travaux français : la théorie des situations didactiques [BROUSSEAU 98] et la théorie anthropologique du didactique [CHEVALLARD 92]. Ces deux modèles conduisent à une approche systémique des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques où le système didactique, composé du Savoir, du Maître et de l'Élève, constitue le système minimal étudié.

La didactique des mathématiques s'est identifiée scientifiquement par un ancrage fondamental dans la discipline productrice des savoirs dont elle étudie l'enseignement et l'apprentissage. Et les chercheurs ont d'abord œuvré à l'adéquation entre le savoir mathématique et son enseignement, ainsi qu'à la théorisation de cette adéquation.

Trois contributions majeures marquent ce travail de théorisation. Par son étude de la transposition didactique, qui au sens strict constitue le passage des contenus de savoir aux contenus d'enseignement, CHEVALLARD [91] a identifié le jeu des contraintes qui s'exercent sur les savoirs produits par les mathématiciens pour qu'on puisse les enseigner, pour qu'ils soient « scolarisables ». Par exemple, la distance euclidienne a longtemps été utilisée en mathématiques, mais c'est seulement au début du 20^e siècle que le concept de distance a émergé afin de résoudre des problèmes portant sur des espaces différents de celui de la géométrie traditionnelle. L'analyse de la transposition didactique a montré l'importance du travail mené pour que le concept de distance apparaisse dans l'enseignement secondaire. L'élaboration du concept a permis aux mathématiciens de se munir d'outils opératoires pour quantifier la ressemblance ou la dissemblance d'objets mathématiques, mais son enseignement dans les classes porte bien évidemment seulement sur des objets géométriques. Des problèmes scolaires, qui ne sont pas strictement mathématiques au sens où ils n'ont jamais été posés par des mathématiciens, ont été créés pour motiver l'introduction du concept de distance et qu'il donne lieu à des exercices à résoudre par les élèves pour en permettre son apprentissage. CHEVALLARD a ainsi ouvert un champ de recherches sur le système d'enseignement, dont la structuration s'avère fort complexe, et dont, à cette époque, il retient principalement les parents d'élèves, les savants, l'instance politique ainsi qu'une instance qu'il qualifie d'essentielle au fonctionnement didactique et qu'il appelle la *noosphère*. C'est dans cette instance que travaillent tous ceux qui définissent le savoir à enseigner en fonction des exigences de la société, des conceptions de l'éducation, des évolutions scientifiques, etc.

BROUSSEAU [86] a construit une modélisation de l'enseignement en classe qui fait vivre une genèse fictive des savoirs, fondée sur des problèmes dont la résolution conduit à une évolution des connaissances de celui qui les résout. Il appelle situation adidactique la situation dans laquelle se retrouvent l'élève qui sait que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle et le maître qui se refuse à intervenir pour proposer les connaissances qu'il veut voir apparaître. Brousseau suppose en outre que chaque connaissance peut se caractériser par une (ou des) situation(s) adidactique(s) qui en préserve(nt) le sens et qu'il appelle situation fondamentale. Ainsi par exemple, la situation de l'agrandissement du tangram, qui est devenue classique aujourd'hui dans l'enseignement primaire, est une situation fondamentale de la multiplication : d'une part elle conduit à déstabiliser le modèle de l'addition comme opération permettant de passer d'un nombre positif à un autre nombre plus grand, et d'autre part elle constitue une source de problèmes pour construire, et donc pour apprendre, les propriétés de la multiplication.

À partir d'une analyse du développement des savoirs mathématiques et de l'activité des mathématiciens, DOUADY [86] a conçu la *dialectique outil - objet* et le *changement de cadres* comme deux moyens de faire vivre aux élèves des activités mathématiques proches de celles que vivent les mathématiciens. Ses travaux visent explicitement à améliorer l'adéquation entre les savoirs savants et les savoirs à enseigner, et à programmer l'enseignement de certains savoirs sur le long terme, plusieurs années, permettant aux élèves de connaître et d'approfondir des problèmes qu'ils ne résoudront d'abord que partiellement et dont ils découvriront la complexité au fur et à mesure de l'étude. Un long travail sur les aires de rectangles a par exemple été étudié qui permet aux élèves de construire des connaissances sur la mesure, sur les nombres – notamment sur les fractions et les décimaux – et sur les graphiques.

Simultanément, de nombreuses recherches ont été menées pour concevoir et valider des ingénieries d'enseignement de savoirs mathématiques précis, notamment dans les domaines des nombres et des opérations numériques, de la géométrie, de l'algèbre, des fonctions et des probabilités. ARTIGUE [88] a clarifié la notion même d'ingénierie didactique pour identifier, théoriquement et méthodologiquement, la spécificité de ces recherches menées dans les classes et pour la classe.

Le pôle Maître n'était pas absent de ces recherches. Pour concevoir et expérimenter leurs ingénieries, les didacticiens s'attachaient en effet à travailler dans des classes réelles, avec des enseignants acceptant de modifier leurs pratiques ordinaires pour satisfaire aux exigences des chercheurs, avec aussi parfois l'obligation faite au cadre expérimental de la recherche de se plier aux contraintes de l'enseignement ordinaire. Les résultats de ces recherches sont le fruit d'un travail dont la part des praticiens n'est sans doute pas négligeable, mais les articles ont laissé sous silence la contribution des enseignants. L'explication vient probablement du fait que, durant les vingt premières années de la didactique des mathématiques française, la relation entre les pratiques enseignantes et les apprentissages mathématiques des élèves n'était pas problématisée en tant que telle dans les recherches.

2.2. *Pratiques enseignantes, sciences de l'éducation et didactique des mathématiques*

En sortant du champ de la recherche en didactique des mathématiques, et en restant dans le contexte français de la recherche en sciences de l'éducation, le constat est différent. Non seulement les pratiques enseignantes étaient étudiées, mais leur problématisation a beaucoup évolué durant la période qui vient d'être parcourue, c'est-à-dire entre les années 1970 et 1990.

Comme l'explique ALTET [06], avant 1970, des recherches ont été menées sur l'enseignant à partir de ses comportements observables, et avec des objectifs de compréhension et d'évaluation de l'efficacité de son enseignement ; mentionnons par exemple les travaux de FLANDERS [70] ou De LANDSHEERE & BAYER [69]. Les années 1970-1980 ont connu l'influence du cognitivisme et l'objet de recherche a changé : il est passé de l'enseignant pour ce qu'il a d'observable en classe, avec la façon dont le béhaviorisme définit l'observable, à l'enseignant pour ses savoirs, ses représentations et ses croyances. Durant la décennie suivante, la recherche a connu une perspective écologique, considérant que le contexte dans lequel exerce le praticien est le déterminant majeur de ses pratiques. Puis des démarches plus globales ont été développées, notamment par ALTET et BRU, avec respectivement des modèles théoriques « intégrateurs » ou « interactionnistes » [ALTET 94]. D'autres chercheurs, sur l'initiative de BLANCHARD-LAVILLE en 1987, ont plutôt choisi d'articuler plusieurs cadres théoriques dans leurs recherches sur l'enseignant et d'introduire notamment une référence à la psychanalyse [BLANCHARD-LAVILLE et al. 96]. Enfin, un réseau de recherche français pluridisciplinaire et ouvert à des collaborations internationales a été constitué en 2001, le réseau OPEN, avec les pratiques enseignantes pour objet d'étude.

Il a fallu attendre les années 1990 pour que des recherches en didactique des mathématiques portent explicitement sur l'enseignant. Deux raisons à cette évolution. D'une part, certains chercheurs ont commencé à étudier l'effet des ingénieries didactiques sur l'enseignement ordinaire. Ils ont tenté de comprendre les difficultés rencontrées par les enseignants pour adopter ces ingénieries pourtant conçues pour la classe. D'autre part, le contexte institutionnel de la formation des enseignants a beaucoup évolué en 1989 avec la création des Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM) : des didacticiens des mathématiques y ont été recrutés, avec des missions de formation initiale et continue qui étaient jusqu'alors assurées par des enseignants et des inspecteurs. Les stages de formation, souvent animés en partenariat avec les enseignants de terrain, ont confronté les didacticiens à la réalité des pratiques ordinaires et à leur perception par des praticiens chevronnés.

2.3. *L'enseignant comme objet de recherches en didactique des mathématiques*

De nouvelles recherches ont été engagées qui ont conduit, d'une part, à des essais de modélisation du rôle de l'enseignant, ce qui a permis des avancées théoriques par l'enrichissement des cadres existants, et, d'autre part, à des travaux empiriques sur les classes ordinaires.

Ainsi, CHEVALLARD [92] a élargi ses travaux sur la transposition didactique en développant une modélisation structurée par la notion d'institution qu'il nomme théorie anthropologique du didactique. Elle a été enrichie [CHEVALLARD 99] par le concept de praxéologie duquel sont déduites les *organisations mathématiques* et les *organisations didactiques* qui permettent d'étudier respectivement les activités mathématiques proposées aux élèves et le travail de l'enseignant. Concernant la théorie des situations didactiques de BROUSSEAU, MARGOLINAS a approfondi le rôle du maître et a enrichi la structuration du milieu didactique afin d'analyser des séquences ordinaires d'enseignement en termes d'action sur un milieu et d'éventuelles rétroactions de ce milieu [MARGOLINAS & PERRIN-GLORIAN 98].

En utilisant le concept de représentation développée par la psychologie sociale, d'autres recherches, moins strictement référées à ces deux cadres théoriques et avec une composante empirique plus nettement affirmée, ont été menées sur les classes ordinaires. Ces recherches visaient à mettre en lien les enseignements observés et les représentations métacognitives des enseignants – c'est-à-dire leurs représentations des mathématiques, de leur

apprentissage et de leur enseignement – qui se sont construites au cours de leur histoire individuelle et sociale [ROBERT & ROBINET 92]. Les travaux menés avec cette problématique générale ont donné des résultats riches et complexes concernant les activités mathématiques proposées aux élèves et la gestion de ces activités en classe par l'enseignant. On peut citer par exemple l'organisation du travail des élèves, individuel ou en petits groupes [MARILIER 94], le discours des enseignants en classe [JOSSE & ROBERT 93 ; CHIOCCA 95 ; CHAUSSECOURTE 98 ; HACHE 99] ou l'utilisation du tableau noir [RODITI 97].

Toutes ces recherches abordent les pratiques enseignantes pour leur effet potentiel sur l'apprentissage. ROGALSKI [00, 03] propose alors aux didacticiens des mathématiques de considérer les enseignants comme des individus en situation de travail, notamment pour l'analyse de leurs pratiques. En référence à la psychologie ergonomique de langue française [LEPLAT 97], elle invite à considérer que l'enseignant répond aux attentes institutionnelles par un processus de redéfinition des prescriptions dans lequel entrent en jeu des volontés, des contraintes et des savoir-faire à la fois personnels et collectifs.

J'ai pensé alors que cette ouverture pouvait répondre aux difficultés théoriques rencontrées en didactique des mathématiques pour prendre en compte certaines réalités du terrain qui influencent l'enseignement et que les enseignants ressentaient comme n'étant pas suffisamment prises en compte dans les recherches sur leurs pratiques. Avec une problématique plutôt naturaliste, à la recherche de régularités et de variabilités des pratiques enseignantes, j'ai montré dans ma thèse [RODITI 01] que les enseignants travaillent effectivement dans un réseau de contraintes, mais qu'ils investissent néanmoins des marges de manœuvre, notamment dans leur gestion de l'enseignement en classe. En conjuguant une approche didactique et une approche ergonomique, j'ai aussi emprunté une voie compréhensive dans mes analyses des pratiques des enseignants, montrant qu'ils ont de solides raisons de faire comme ils font. Le statut épistémologique de l'articulation de la psychologie ergonomique avec les cadres théoriques plus largement utilisés en didactique des mathématiques est resté largement implicite dans ce travail. La première explicitation a été effectuée par ROBERT et ROGALSKI [02] dans un article intitulé « La double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes », elle a permis d'ouvrir un véritable courant de recherche [VANDEBROUCK 08]. Des tentatives nouvelles d'organisation théoriques et méthodologiques sont encore en cours.

2.4. Associer les enseignants à la recherche, vers de nouvelles problématiques

Mes recherches ultérieures sur les pratiques enseignantes [RODITI 03, 04a, 04b, 05, 07a, 09] s'inscrivent totalement dans ce courant, deux d'entre elles sont particulièrement marquées par la place accordée aux enseignants. La première est présentée brièvement ci-dessous, la deuxième fait l'objet de la seconde section de cet article.

La première de ces deux recherches [RODITI 04a] a été réalisée dans un établissement scolaire avec des enseignants qui n'arrivaient pas à gérer ce qu'ils appelaient « l'absence de travail personnel des élèves à l'entrée dans l'enseignement secondaire ». Nous avons pu mettre au jour la manière avec laquelle ces enseignants prenaient en compte le travail personnel des élèves pour interpréter leur réussite scolaire, et le travail avec eux les a conduits à évoluer : ils pensaient que les élèves étaient en échec en classe par manque de sérieux dans l'étude à la maison. Ils ont renversé la relation causale et ont compris comment, au contraire, ce sont aussi bien souvent leurs difficultés rencontrées en classe qui expliquent leur absence de travail à la maison. En outre, leur investissement dans la recherche a engendré un développement professionnel ainsi qu'une évolution significativement positive des résultats de leurs élèves.

Les résultats obtenus n'auraient pu l'être par la seule observation des pratiques des enseignants dans leur classe ; leur collaboration était indispensable pour encadrer le travail des élèves (ce qui n'est pas naturel dans l'enseignement secondaire français), pour dresser un bilan de la situation, pour envisager des améliorations et pour élaborer des interventions communes.

3. L'enseignement de l'histogramme : un problème professionnel à l'origine d'une recherche

La seconde de ces deux recherches a été réalisée avec un groupe d'enseignants de mathématiques dans le cadre institutionnel de l'IREM de l'université Paris 7. Mon objectif était au départ de travailler en didactique des mathématiques sur une difficulté partagée par les professionnels, et donc, compte tenu de mes options de recherche, d'obtenir une collaboration avec des praticiens rassemblés autour d'un même problème de la profession. Contrairement au contexte de la recherche précédente où les enseignants de différentes disciplines travaillaient dans le même établissement et étaient confrontés aux mêmes difficultés, il a fallu, pour cette

nouvelle recherche, réunir les enseignants de différents établissements scolaires et qu'ils s'engagent dans un projet commun.

Obtenir, en France, une telle participation des enseignants n'est pas facile compte tenu de la représentation souvent normative ou prescriptive qu'ils ont de la didactique et plus généralement des sciences de l'éducation. Plusieurs enseignants ont quitté le groupe, l'investissement apparaissant sans doute trop exigeant ou les aboutissants à moyen terme difficiles à appréhender. Sont restés, à une exception près, les enseignants avec lesquels j'avais déjà collaboré dans un contexte de formation d'enseignants. Une relation de confiance dans le travail s'est construite qui a permis une véritable collaboration.

Je vais commencer par indiquer comment nous avons décidé d'étudier ce problème professionnel et la méthode de travail co-construite. Je développerai ensuite le travail effectué par chacun des partenaires de la recherche. Je présenterai enfin les résultats obtenus : des résultats « sur » puis des résultats « pour » les pratiques enseignantes.

3.1. Construction d'une collaboration entre un chercheur et des enseignants

Partant de ma précédente expérience, j'ai décrit aux enseignants comment une recherche dont l'origine est un problème professionnel permet au chercheur d'accéder à une compréhension particulière des pratiques et permet aux enseignants un véritable développement professionnel. Le groupe étant réuni par intérêt pour la recherche en didactique, nous sommes partis d'un problème professionnel lié à un contenu d'enseignement mathématique précis : l'histogramme. Les enseignants du groupe, à différents niveaux de la scolarité, ont en effet à enseigner l'histogramme à leurs élèves et reconnaissaient rencontrer des difficultés particulières dans cet enseignement parce que, disaient-ils, ils ne saisissaient pas l'intérêt et les enjeux de l'enseignement de cette notion à la lecture des programmes scolaires. Ces derniers insistent pourtant sur l'importance d'un enseignement mathématique de qualité concernant les traitements numériques et graphiques des données. Pour ces raisons, nous avons retenu ce problème d'enseignement comme point de départ de la recherche, il restait à en définir les modalités, pour le chercheur et pour les enseignants.

Une démarche qui consiste à associer chercheurs et enseignants n'est pas originale si on la rapporte au contexte international de la recherche en éducation. Le développement important des recherches anglo-saxonnes menées en référence à la théorie des communautés de pratiques contribue en effet à de telles associations entre chercheurs et praticiens. On en trouve aussi des exemples concernant précisément la recherche sur l'enseignement des mathématiques. JAWORSKI [01] fait l'hypothèse que la recherche doit, dans le dispositif même, envisager un co-apprentissage des enseignants et des chercheurs. BEDNARZ, notamment avec DESGAGNÉ [DESGAGNÉ et al. 01], a développé un champ de recherches qu'ils appellent collaboratives dans une volonté de théorisation de ce qui rassemble ces recherches menées « avec » plutôt que « sur » les praticiens, que les praticiens soient des enseignants ou des orthopédagogues [DEBLOIS 03]. Dans ce modèle, trois étapes fondamentales sont distinguées. La *co-situation* qui consiste à définir une pratique pertinente à explorer, la *coopération* qui permet aux deux types d'intervenants de contribuer à la recherche selon son expertise et d'en tirer profit pour sa profession, et la *coproductio*n qui assure des retombées pour les chercheurs et pour les praticiens.

L'engagement des enseignants dans une recherche est lié au contexte institutionnel de la recherche. En ce qui concerne celle qui est présentée ici, les enseignants étaient totalement libres de participer ou non, et même de cesser leur participation à tout moment. Je n'ai donc pas souhaité leur présenter de cadres préétablis ; j'ai préféré que chacun détermine les objectifs de son travail et que les modalités du travail commun soient définies à partir de ces objectifs. Le chercheur visait, d'une part, une meilleure compréhension du problème rencontré dans l'enseignement de l'histogramme, notamment des contraintes qui s'exercent sur cet enseignement et des marges de manœuvre envisageables pour les enseignants, et, d'autre part, l'élaboration de solutions éventuelles. Des solutions dont la mise en œuvre pourrait s'effectuer de manière générale dans le contexte institutionnel présent, moyennant une éventuelle formation des enseignants, ou des solutions à envisager dans un contexte institutionnel différent, avec un aménagement des programmes scolaires par exemple. Les enseignants, avec assez peu de différences interindividuelles, cherchaient, quant à eux, à en apprendre sur l'histogramme en tant que savoir savant et à développer des moyens – pour agir, mais aussi pour penser – afin de parvenir à mieux enseigner ce contenu mathématique dans le contexte professionnel qui est le leur. Il y avait donc un partage dans cette recherche : concomitamment, chacun des membres du groupe, chercheur ou enseignant, poursuivant ses propres objectifs et contribuant à la recherche des autres.

Avant d'exposer les fondements théoriques et la méthodologie finalement adoptée pour mener cette recherche, terminons cette partie consacrée à la construction de la collaboration chercheurs-praticiens par un

élément que nous n'avons appris qu'à la fin de la recherche. Le travail commun nous a montré que cette répartition « idéale » des objectifs, entre ceux du chercheur et ceux des enseignants, n'était pas tout à fait correcte. J'étais en effet intéressé par certaines productions des enseignants, et ils profitaient professionnellement des résultats que j'obtenais. Au lieu d'une répartition dichotomique des objectifs de la recherche, il nous apparaît plus juste aujourd'hui de les penser comme étant effectivement répartis en deux ensembles, mais des ensembles dont l'intersection n'est pas vide. D'une part, la compréhension des pratiques est un objectif du chercheur qui intéresse aussi les enseignants lorsqu'elle peut produire un élargissement des possibles pour leur propre activité professionnelle d'enseignant, et éventuellement de formateur. D'autre part, les moyens développés par les enseignants, pour agir et pour penser, intéressent aussi le chercheur lorsqu'ils sont suffisamment partagés, c'est-à-dire suffisamment indépendants des personnalités des enseignants et des contextes particuliers dans lesquels ils exercent.

3.2. Méthodologie générale et travail du collectif chercheur et praticiens

Dans cette recherche, le cadre théorique de référence est la double approche didactique et ergonomique où, comme expliqué précédemment, l'enseignant est appréhendé comme un individu en situation de travail, pour les apprentissages mathématiques qu'il produit chez ses élèves, pour les contraintes institutionnelles ou sociales auxquelles il répond, ainsi que pour les exigences personnelles qu'il cherche à satisfaire. Cette référence donne des appuis méthodologiques pour étudier les pratiques d'un enseignant. Après une analyse du savoir à enseigner, elle alimente l'étude des tâches proposées aux élèves et de leur organisation en relation avec les apprentissages visés, elle outille aussi la compréhension du déroulement des séances en classe, avec les élèves, en référence au projet de l'enseignant et aux contraintes du métier. Ce cadre théorique ne donne en revanche aucun moyen pour gérer la relation chercheurs-praticiens durant la recherche, ni d'ailleurs en amont ou en aval de la recherche. Pour notre recherche sur l'enseignement de l'histogramme, le cadre de travail a été co-élaboré au fur et à mesure à l'occasion des différentes rencontres.

Les rencontres avec les enseignants se sont déroulées dans les locaux de l'université d'appartenance de l'IREM, la participation à la recherche étant, pour les enseignants, totalement déconnectée de leur activité professionnelle. Ces enseignants étaient donc des personnes ayant déjà participé à des travaux du groupe didactique de l'IREM ou des personnes rencontrées à l'occasion de stage de formation et qui se sont déclarées intéressées par ce genre de travail. Assez rapidement, les praticiens ont convenu que, si la question de la gestion de la classe ne pouvait pas être évacuée dès qu'on aborde les difficultés d'enseignement, l'origine première de ces difficultés devait être cherchée, lorsqu'il s'agit d'enseignants expérimentés, en rapport avec le contenu mathématique en jeu. L'histogramme a donc été choisi parce que c'est un contenu mathématique dont l'enseignement était partagé par tous, y compris le chercheur puisque j'avais également à assumer son enseignement à l'université au sein de mon cours de statistique pour les sciences de l'éducation. Durant cette première réunion, nous avons également convenu que la recherche reposerait sur trois dimensions méthodologiques : des études bibliographiques, des réunions sous formes de séminaire, et des expérimentations dans les classes.

La répartition du travail bibliographique a été adoptée en tenant compte de la différence de statut : les enseignants ont analysé les programmes et les manuels scolaires ainsi que les résultats d'évaluations concernant l'histogramme, quitte à faire repasser certaines épreuves à leurs élèves pour mieux comprendre les difficultés sur lesquelles ils butent. Le chercheur a pris en charge les publications mathématiques et didactiques. Les programmes scolaires ont été étudiés de manière synchronique pour déterminer, au moment de la recherche, les objectifs et la programmation de l'enseignement de l'histogramme au collège (11 à 14 ans) et au lycée (15 à 17 ans) ainsi que le cadre général d'enseignement de la statistique dans lequel s'intègre le cas particulier de l'histogramme. L'analyse des manuels visait l'identification des types de tâches pouvant être proposées aux élèves et leur distribution en fonction du niveau scolaire ; il s'agissait également de recenser les choix des auteurs quant à la présentation du graphique, de sa définition et de ses propriétés. Concernant cet aspect de la recherche, j'ai effectué un travail analogue à celui des enseignants en étudiant des ouvrages à destination des étudiants de l'enseignement supérieur, en mathématiques ou dans d'autres disciplines.

Des réunions mensuelles ont été programmées pour partager le fruit du travail mené par chacun sur les différents documents et offrir un espace de travail réflexif visant l'explicitation des difficultés posées par cet enseignement. Cette organisation en forme de séminaire a permis d'approfondir l'analyse des difficultés et de leur gestion professionnelle, tant dans la préparation des cours que durant le déroulement des séances. Certains enseignants ont proposé de s'enregistrer en cours grâce à une caméra numérique posée sur un pied au fond de la classe ; la diffusion d'extraits choisis pouvant servir de support pour nourrir la discussion en séminaire et les analyses. Enseignant moi-même l'histogramme dans mon université, j'ai pu filmer mon enseignement et en diffuser un passage en séminaire. Ces séminaires ont été organisés globalement de la même manière selon un

protocole qui n'a pas été fixé au préalable mais qui s'est construit progressivement. Un premier temps était consacré à l'expression de difficultés que pose l'enseignement de l'histogramme, difficultés mises en relation avec les résultats des analyses des ouvrages scientifiques – statistiques, épistémologiques ou didactiques – des programmes et des manuels scolaires. Une deuxième partie du travail portait sur les erreurs des élèves. Leur analyse visait une mise en relation des erreurs avec les caractéristiques du contenu d'enseignement et avec les spécificités de l'enseignement lui-même ; différents points de vue ont été abordés allant de la prise en compte de conditions globales (programmes et manuels scolaires) ou locales (l'enseignement effectivement dispensé par l'enseignant). Une troisième partie du séminaire consistait à recenser les résultats obtenus par le travail de chacun et à fixer le programme pour le prochain séminaire.

Comme en témoignent les résultats qui vont être présentés dans les prochaines sections, les échanges en séminaire ont été très fructueux, avec une portée qui dépasse ce qu'on peut atteindre par des entretiens classiques : une éthique s'est construite au sein du groupe imposant une grande exigence et assurant une authenticité des propos échangés. Je ne développerai pas davantage dans cet article le lien entre le caractère collaboratif de la recherche, d'une part, et la méthodologie de l'étude didactique et les résultats obtenus, d'autre part. Lorsque cette recherche a été engagée, il n'était pas question en effet de mener une étude sur son aspect collaboratif ; aucune méthodologie précise n'a donc été développée pour cela. Une réflexion a néanmoins été entamée qui conduira sans doute le groupe didactique vers une exploration outillée des effets du caractère collaboratif des recherches futures. La question de la diffusion des résultats a, elle aussi, été abordée assez tardivement. Trois modalités ont été envisagées et mises en œuvre : des stages de formation, des communications dans des colloques professionnels ou scientifiques, et la rédaction d'articles. Le partage s'est fait en fonction des statuts professionnels, les enseignants ont préféré investir la formation et les colloques professionnels, mais ils ont accepté de relire les articles proposés à publication.

3.3. Un problème professionnel dû à la transposition didactique

Les premiers résultats portent sur les pratiques enseignantes. J'ai d'abord interrogé la réalité du problème professionnel à l'aide d'un questionnaire adressé aux enseignants de mathématiques de collège (11 à 14 ans) et de lycée (15 à 17 ans). Les résultats m'ont conduit à envisager de l'étudier à l'aune de la transposition didactique en confrontant les usages scientifiques, sociaux et scolaires de l'objet de savoir histogramme.

3.3.1. Un problème professionnel partagé de manière hétérogène

Près de cinquante enseignants de mathématiques ont été interrogés. Ils consacrent en moyenne seulement 1 h 10 en collège et 55 min en lycée à l'enseignement de l'histogramme. Bien que minoritaires (30% en collège et 45% en lycée), ils sont nombreux à rencontrer des problèmes d'enseignement : ils se déclarent notamment gênés par une confusion entre « histogramme » et « diagramme en bâtons ». Les enseignants interrogés ne définissent généralement pas l'histogramme en classe à leurs élèves et aucun d'entre eux n'a répondu à la question posée sur la définition qu'il donnerait à un public plus avancé en mathématiques.

Une majorité déclare que les élèves rencontrent des difficultés avec ce graphique (55% en collège et 80% en lycée) : elles concerneraient essentiellement le repérage des axes et des unités en collège, et la relation entre les effectifs et l'aire des rectangles en lycée. La moitié estime que l'enseignement de l'histogramme ne contribue pas à la formation mathématique des élèves. Comme objectif de leur enseignement, les autres évoquent essentiellement la lecture de graphiques, utile dans les autres disciplines scolaires.

3.3.2. Un usage social peu conforme au savoir savant

L'histogramme a été utilisé pour la première fois par GUERRY en 1833 [DROESBEKE & TASSI 90], le terme a été proposé en 1891 par PEARSON [REY 92] et la norme de construction du graphique a été rédigée, en France, en 1971 [CHAUVAT 02] : « Après avoir fait choix d'une unité sur un axe, on porte sur cet axe les limites des classes dans lesquelles on a réparti les observations et on construit une série de rectangles ayant pour base chaque intervalle de classe et ayant une aire proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence de la classe ». La norme (ce n'est pas sa fonction) ne précise pas pourquoi l'histogramme a été défini ainsi, ni à quoi il est utile. Ces éléments sont néanmoins indispensables aux enseignants, et cela d'autant plus que l'usage social est hétérogène. Même les tableurs dont l'utilisation en classe est recommandée dans les programmes d'enseignement des mathématiques, placent sous la rubrique « histogramme » des graphiques qui n'en sont pas ! De surcroît, on trouve dans les ouvrages des définitions contradictoires [RODITI 07b, 09]. Durant les séminaires, les enseignants ont bien expliqué leur difficulté à proposer en classe des diagrammes issus de la presse écrite. La demande institutionnelle de formation citoyenne par les mathématiques apparaît ici comme une véritable gageure... Apparaît également l'intérêt du cadre de la double approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes : il permet d'accéder à des éléments de la pratiques qui ne sont pas particulièrement

tournés vers l'apprentissage des élèves, qui sont plutôt tournées vers la réalisation des prescriptions institutionnelles et qui ne sont pas pour autant sans leur poser problème.

3.3.3. À l'origine du problème professionnel, une transposition didactique inachevée

Au collège, l'institution scolaire fixe comme objectif à l'enseignement des statistiques d'« initier les élèves de collège à la lecture, à l'utilisation et à la production de tableaux, de représentations graphiques (...) ». Des commentaires indiquent : « Pour (...) les données à caractère continu, un histogramme est utilisé (...) les exemples étudiés se limitent au cas de classes d'égale amplitude. L'histogramme se lit alors comme un diagramme en bâtons. » Au lycée : « Les histogrammes à pas non constants ne seront pas développés pour eux-mêmes, mais le regroupement en classes inégales s'imposera lors de l'étude d'exemples comme des pyramides des âges ou de salaires (...) on montrera l'intérêt d'une représentation pour laquelle l'aire est proportionnelle à l'effectif. »

Pour un lecteur qui ne possède pas une certaine familiarité avec les statistiques et leur enseignement, les programmes peuvent paraître clairs avec une programmation progressive des difficultés. Le lecteur formé en statistique sait que dans un histogramme, l'aire des rectangles est proportionnelle à l'effectif ou à la fréquence, que l'axe des ordonnées n'est pas l'axe des effectifs ou des fréquences et que, dans la pratique mathématique, l'histogramme correspond à une approximation de la courbe de densité d'une probabilité. En limitant les exemples au cas des classes de même amplitude, les élèves construiront une définition implicite inexacte où la hauteur des rectangles remplacera leur aire. Ainsi, comme l'avait remarqué LAHANIER-REUTER [05], les auteurs de manuels ne visent pas d'autres objectifs que celui de convertir un tableau en graphique et inversement. On comprend mieux alors pourquoi la confusion entretenue par les programmes gêne un grand nombre d'enseignants conscients des savoirs en jeu, et pourquoi elle gêne ceux dont la formation initiale n'est pas suffisante pour donner l'assurance théorique indispensable à l'enseignement.

Croisée avec l'expression des difficultés des enseignants, l'analyse des documents officiels montre finalement que le travail de transposition didactique n'a pas été achevé : d'une part parce que le champ de concepts liés à ce graphique n'est pas appréhendé dans sa globalité pour définir une progression de l'enseignement, et d'autre part parce que les activités mathématiques associées à ce graphique ne sont pas définies, sauf la conversion entre tableaux et graphiques.

3.4. Un développement professionnel obtenu par la recherche

Durant les séminaires, après le travail précédent, les discussions ont beaucoup porté sur les tâches qu'il conviendrait de proposer aux élèves pour qu'ils développent leur capacité à lire, construire et interpréter des histogrammes. Elles ont conduit à élaborer des outils théoriques pour l'analyse des tâches proposées et des productions des élèves, ainsi que pour la programmation des situations d'apprentissage.

La figure 1 ci-dessous reproduit une question posée en 1990 à des élèves de 12 ans, elle constitue un bon exemple pour illustrer la nature des outils élaborés par la recherche.

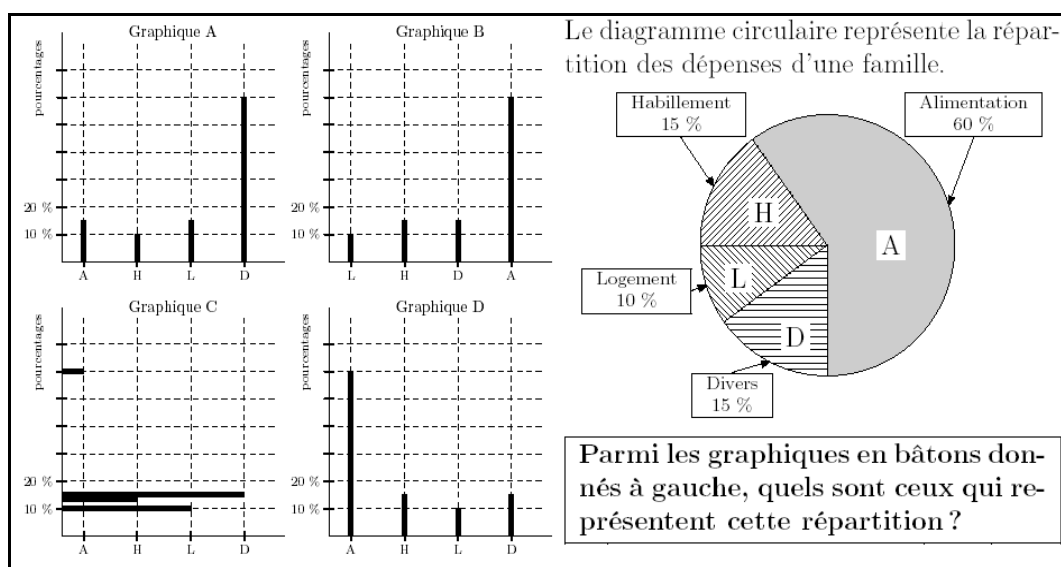


Figure 1. Une tâche de lecture de graphiques (12 ans)

La réponse correcte est « B et D », la tâche est réussie par 45% des élèves et la plupart de ceux qui échouent proposent la réponse « A et D ». Par une expérimentation complémentaire dans leurs classes, et des entretiens avec les élèves, les enseignants engagés dans la recherche ont pu interpréter cette erreur fréquente. Les élèves qui l'ont commise ont reconnu la forme du diagramme circulaire dans le diagramme en bâtons : dans le graphique circulaire, ils ont repéré une grande part ainsi qu'une petite comprise entre deux parts de taille intermédiaire. Sur les graphiques A et D, la situation est la même : un grand bâton, et à côté, un petit compris entre deux bâtons de taille intermédiaire.

En nous inspirant des travaux de DUVAL [05] relatifs aux activités portant sur les figures géométriques et de ceux de LAHANIER-REUTER [05] sur l'histogramme, nous distinguons deux types d'activités : les activités de type « iconique » fondées essentiellement sur la forme du diagramme, et les activités de type « graphique » fondées sur des mesures, des calculs, des constructions ou des comparaisons. Ainsi, l'erreur des élèves à la question précédente tient au fait qu'ils ont développé une activité iconique et non une activité graphique.

Cette distinction théorique a été affinée. Trois activités de type iconique ont été distinguées : 1° le repérage de formes locales (zones) qui peuvent être hautes ou basses, planes ou pointues, ainsi que le repérage de la latéralité de telles zones ; 2° le repérage des variations de la courbe dessinée par les bords hauts des bandes rectangulaires ; 3° le repérage de la symétrie ou de l'asymétrie de la forme globale, et la reconnaissance d'une forme connue. Trois activités graphiques ont été également repérées : 1° l'interprétation et la comparaison ; 2° la construction, en favorisant la réflexion sur le choix des classes et sur la fidélité du résumé graphique ; 3° les calculs et les transformations, notamment celles qui consistent à regrouper et à scinder des classes et qui engendrent une réflexion sur la stabilité du graphique. L'interprétation a été classée parmi les activités graphiques parce qu'elle nécessite de mettre en rapport les formes du diagramme et les axes de coordonnées.

4. Conclusions

En France, la didactique des mathématiques possède la double particularité d'un fort ancrage dans la discipline productrice des savoirs dont elle étudie l'enseignement et l'apprentissage, et d'un développement théorique spécifique important. Des recherches sur les pratiques enseignantes s'y sont développées particulièrement durant les deux dernières décennies. Une partie d'entre elles a conduit à un enrichissement des cadres théoriques existants, les autres ont rassemblé de nombreux résultats conduisant à améliorer la compréhension du rôle de l'enseignant dans la relation enseignement – apprentissage. Néanmoins, tant pour la définition des problématiques que pour l'élaboration des méthodes, ces recherches ont été menées « sur » les enseignants plutôt qu'« avec » eux. Autrement dit, la recherche sur les pratiques enseignantes s'est développée bien davantage en référence aux mathématiques et à la psychologie qu'en référence aux pratiques des enseignants dans leurs classes. Il ne s'agit pas, en précisant cela, de minorer l'importance des résultats obtenus. Il s'agit seulement d'indiquer qu'un champ de recherches est à explorer : celui de recherches qui visent à éclairer aussi la relation enseignement – apprentissage depuis le point de vue de l'enseignant. Un enseignant considéré comme étant soumis à des contraintes institutionnelles et sociales, comme œuvrant à la transmission des savoirs mathématiques, mais aussi comme cherchant à répondre à la fois à des exigences du métier et à des finalités personnelles.

Dans une première recherche menée avec des enseignants, nous avons étudié un problème professionnel en vue de sa résolution : ces enseignants d'une même classe et de différentes disciplines avaient identifié un manque de travail personnel de leurs élèves. L'expérience a été renouvelée en abordant cette fois-ci un problème spécifique aux enseignants de mathématiques. La recherche a été menée au sein d'un IREM, structure réunissant des chercheurs et des enseignants qui s'interrogent sur l'enseignement des mathématiques. Un problème professionnel a été identifié, l'enseignement de l'histogramme, à partir duquel des objectifs ont été définis, pour le chercheur et pour les enseignants. L'expérience a montré que ces objectifs se sont partiellement recouverts : la compréhension des pratiques, objectif du chercheur, intéressait les enseignants pour élargir les possibles de leur activité professionnelle ; la constitution de ressources pour agir et pour penser, objectif des enseignants, intéressait le chercheur dans la mesure où ces ressources pouvaient concerner les enseignants de façon générale, indépendamment des personnalités de chacun. Des réunions mensuelles se sont tenues sous forme de séminaire où ont été analysées : des ressources documentaires (programmes et ouvrages scolaires et manuels de statistique), des questionnaires (les uns étaient destinés aux élèves et étaient composés de questions d'évaluation sur l'histogramme, un autre était destiné aux enseignants et portait sur l'enseignement de ce graphique) et des expériences issues de la pratique (des productions d'élèves, des enregistrements vidéos de séances en classe, des récits de difficultés rencontrées, etc.).

La recherche a produit des résultats qui portent sur les pratiques enseignantes dans le rapport qu'elles entretiennent avec le savoir à enseigner, ainsi que sur le rôle important de levier et de contrainte que joue la transposition didactique à cet égard. En ce qui concerne plus précisément l'enseignement de l'histogramme, la recherche a montré une différence importante entre l'usage social de ce graphique et sa fonction mathématique. Les programmes scolaires insistant sur l'utilité citoyenne de l'enseignement des statistiques, cette différence met mal à l'aise de nombreux enseignants qui ne reconnaissent pas, dans la mission qui leur est assignée par leur institution, la transmission d'un savoir clairement identifié. En conséquence, ils limitent la durée de leur enseignement, n'explicitent ni la définition ni les propriétés de l'objet étudié, et ne proposent finalement que de simples tâches de traduction : passer d'un graphique à un tableau ou inversement. La recherche a conduit à un travail d'analyse et de mise en relation entre l'objet mathématique et des tâches qui pourraient être proposées aux élèves. Ce travail est un travail de transposition didactique, il a conduit à l'élaboration d'une catégorisation des activités relatives à l'histogramme. Elle permet d'une part d'élaborer des problèmes à poser aux élèves pour enseigner ce graphique, et d'autre part d'analyser leurs productions pour mieux gérer leurs apprentissages.

Ces résultats ont des retombées pour les enseignants et pour la recherche. D'abord quant à la transposition didactique : des précisions importantes ont été apportées quant au savoir à enseigner et à son lien avec le savoir disciplinaire. Ensuite la catégorisation des activités qui portent sur l'histogramme apporte des outils pour concevoir et analyser les situations d'enseignement de ce graphique. D'autres retombées concernent enfin, dans le contexte français, l'implication dans un travail collaboratif de chercheurs en didactique des mathématiques et de praticiens : cette expérience menée suggère qu'une étude complémentaire doit être menée pour expliciter davantage les méthodes de travail et pour les questionner de manière scientifique. Le lien entre le fonctionnement collaboratif et les résultats de recherche obtenus est en particulier l'objet d'une interrogation, son étude nécessite des méthodes particulières qui sont encore à définir. La présentation de ces résultats qui intéressent à la fois les chercheurs et les praticiens permet de conclure en rappelant que, contrairement à ce que nous avons pu penser au début de la recherche, les objectifs des différents partenaires sont loin d'avoir été disjoints, et que ce qui a été partagé a constitué un moteur essentiel du travail. Dans un pays où la didactique des mathématiques a construit des cadres théoriques spécifiques indépendamment des pratiques professionnelles des enseignants, à un moment où ces théories sont stables et très développées, ouvrir un champ de recherches scientifiques menées en collaboration avec les praticiens apparaît comme potentiellement très fructueux.

5. Bibliographie

- [ALTET 94] Altet, M., « Comment interagissent enseignant et élèves en classe », *Revue française de pédagogie*, n°107, 1994, p. 123-139.
- [ALTET 06] Altet, M., « L'analyse de pratiques. Rétrospective et questions actuelles », *Recherche et formation*, n°51, 2006, p. 11-25.
- [ARTIGUE 88] Artigue, M., « Ingénierie didactique », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 9, n°3, 1988, p. 281-308.
- [BLANCHARD-LAVILLE et al. 96] Blanchard-Laville, C. et al., *Regards croisés sur le didactique*, Grenoble, La pensée sauvage, 1996.
- [BROUSSEAU 86] Brousseau, G., « Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, n°2, 1986, p. 33-115.
- [BROUSSEAU 98] Brousseau, G., *La théorie des situations didactique*, Grenoble, La pensée sauvage, 1998.
- [CHAUSSECOURTE 98] Chaussecourte, P., Comparaison du discours d'un même enseignant de mathématiques, Cahier DIDIREM, n°32, IREM de Paris 7, 1998.
- [CHAUVAT 02] Chauvat, G., « Quelques graphiques de plus », *Repères – IREM*, n°47, 2002, p. 75-92.
- [CHEVALLARD 91] Chevallard, Y., *La transposition didactique*, Grenoble, La pensée sauvage, 1991.
- [CHEVALLARD 92] Chevallard, Y., « Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 12, n°1, 1992, p. 73-112.
- [CHEVALLARD 99] Chevallard, Y., « L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 19, n°2, 1999, p. 221-266.
- [CHIOCCA 95] Chiocci, C., Analyse du discours de l'enseignant de mathématiques en classe de mathématiques, Thèse de doctorat, Université Paris 7, 1995.
- [DEBLOIS 03] DeBlois, L., « Préparer à intervenir auprès des élèves en interprétant leurs productions : une piste... », *Éducation et Francophonie*, vol. 31, n°2, 2003, p. 176-198.

- [DE LANDSHEERE & BAYER 69] De Landsheere, G. & Bayer, E., Comment les maîtres enseignent. Analyse des interactions verbales en classe, Bruxelles, Ministère de l'Éducation Nationale et de la Culture, 1969, 117 p.
- [DESGAGNÉ 01] Desgagné, S. et al., « L'approche collaborative de recherche en éducation : un nouveau rapport à établir entre recherche et formation », *Revue des Sciences de l'éducation*, vol. 27, n°1, 2001, p. 33-64.
- [DOUADY 86] Douady, R., « Jeux de cadres et dialectique outil-objet », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 7, n°2, 1986, p. 5-32.
- [DROESBEKE & TASSI 90] Droesbeke, J.-J. & Tassi, P., *Histoire de la statistique*, Paris, PUF, 1990.
- [DUVAL 05] Duval, R., « Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements », *Annales de didactique et de sciences cognitives*, n°10, 2005, p. 5-53.
- [FLANDERS 70] Flanders, N.A., *Analysing teacher behavior*, Reading, Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Company, 1970.
- [HACHE 99] Hache, C., L'enseignant de mathématiques au quotidien, étude de pratiques en classe de seconde. Thèse de doctorat, Université Paris 7, 1999.
- [JAWORSKI 01] Jaworski, B., Developing mathematics teaching : teachers, teachers educators, and researchers as co-learners. In F.-L. Lin & T. J. Cooney (Ed.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education*, p. 295-320, Kluwer, Academic Publishers, 2001.
- [JOSSE & ROBERT 93] Josse, E. & Robert, A., « Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 13, n°1-2, 1993, p. 119-154.
- [LAHANIER-REUTER 05] Lahanier-Reuter, D., « Quelles informations porte l'axe des ordonnées », *Statistiquement vôtre*, n°6, 2005. http://www.sfds.asso.fr/72-Publications_Communications (consulté en 2007)
- [LEPLAT 97] Leplat, J., *Regard sur l'activité en situation de travail. Contribution à la psychologie ergonomique*. Paris, PUF, 1997.
- [MARGOLINAS & PERRIN-GLORIAN 98] Margolinas, C. & Perrin-Glorian, M.-J., « Des recherches visant à modéliser le rôle de l'enseignant », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 17, n°3, 1998, p. 7-15.
- [MARILIER 94] Marilier, M.-C., Travail en petits groupes en classe de mathématiques des pratiques de représentations des enseignants, Thèse de doctorat, Université Paris 5, 1994.
- [REY 92] Rey, A., (Dir.), *Dictionnaire historique de la langue française*, Paris, Dictionnaires Le Robert, 1992.
- [ROBERT & ROBINET 92] Robert, A. & Robinet, J., Représentations des enseignants et des élèves, *Repères-IREM*, n° 7, 1992, p. 93-99.
- [ROBERT & ROGALSKI 02] Robert, A. & Rogalski, J., « Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche », *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol.2, n°4, 2002, p. 505-528.
- [RODITI 97] Roditi, E., Le tableau noir, un outil pour la classe de mathématiques, Cahier DIDIREM n°30, IREM de Paris 7, 1997.
- [RODITI 01] Roditi, E., L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires, Thèse de doctorat, Université Paris 7, 2001.
- [RODITI 03] Roditi, E., « Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23, n°2, 2003, p.183-216.
- [RODITI 04a] Roditi, E., « La résolution de problèmes professionnels, une modalité de formation des enseignants », *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, Paris, 2004, p. 257-289.
- [RODITI 04b] Roditi, E., « Le théorème de l'angle inscrit au collège : analyse d'une séance d'introduction », *Petit x*, n°66, 2004, p. 18-48.
- [RODITI 05] Roditi, E., *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris, L'Harmattan, 2005.
- [RODITI 07a] Roditi, E., « Aider les élèves à apprendre à comparer des décimaux », *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, vol. 10, n°1, 2007, p. 5-26.
- [RODITI 07b] Roditi, E., « L'histogramme dans l'enseignement secondaire », *Actes 14e colloque de la CORFEM*, Antony, 21-22 juin 2007, IREM de Paris 7, Paris.

- [RODITI 09] Roditi, E., « L'histogramme : à la recherche du savoir à enseigner », *Spirale - Revue de recherches en éducation*, n°43, 2009, p.129-138.
- [ROGALSKI 00] Rogalski, J., « Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant », *Actes du XXVIe colloque COPIRELEM*, Limoges, 3-5 mai 1999, IREM de Paris 7, 2000, p. 45-66.
- [ROGALSKI 03] Rogalski, J., « Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert », *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 23, n°3, 2003, p. 343-388.
- [ROUCHIER 94] Rouchier, A., « 20 ans... ». In M. Artigue et al. (Ed.), *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, p.13-14, Grenoble, La pensée sauvage, 1994.
- [VANDEBROUCK 08] Vandebrouck, F., (Ed.), *La classe de mathématiques, activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse, OCTARES, 2008.